Prof. Dr. A. Kerber Wintersemester 2005/06

Codierungstheorie II

Übungsblatt 13

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Ist die Automorphismengruppe eines binären (n, k, d)-Codes t-fach transitiv (d.h. $|\mathrm{Aut}(C)\backslash\!\!\backslash\binom{n}{t}| = 1$), so bilden für jedes $d \leq w \leq n$ die Codevektoren mit Gewicht w ein t-Design.
Hinweis: Betrachten Sie eine t-Teilmenge von n, die im Träger von maximal vielen Codeworten mit Gewicht w enthalten ist.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Es sei $\mathcal{B}$ ein $t-(v, k, 1)$-Design (d.h. $\lambda = 1$). Zeigen Sie:

a) Erweitert man die Definition der λ_i^j aus Aufgabe 2, Übungsblatt 11, indem man für $0 \leq i + j \leq k$ definiert:

$$\lambda_i^j := \begin{cases} \lambda_i & \text{falls } j = 0, i \leq t \\ 1 & \text{falls } j = 0, t < i \leq k \\ \lambda_i^{j-1} - \lambda_{i+1}^{j-1} & \text{sonst,} \end{cases}$$

so gibt λ_i^j die Anzahl der Blöcke an, die eine vorgegebene Teilmenge $I \subseteq n$ enthalten und zu einer vorgegebenen Teilmenge $J \subseteq n$ disjunkt sind, wobei für die Mengen I und J folgende Eigenschaften gelten: $|I| = i$, $|J| = j$, $I \cap J = \emptyset$ und es gibt einen Block $B \in \mathcal{B}$ mit $I \cup J \subseteq B$. (D.h. man stellt im Vergleich zur vorherigen Version eine zusätzliche Bedingung an die Mengen I und J.)

b) Für $0 \leq i \leq k$ steht die Anzahl der Blockpaare $(B_1, B_2) \in \mathcal{B}^2$ mit $|B_1 \cap B_2| = i$ in direktem Zusammenhang zu den λ_i^{k-i} . Wie sieht dieser Zusammenhang aus?

c) Sei $C_p(\mathcal{B})$ der Code über $GF(p)$, der aus den Zeilen der Inzidenzmatrix des Designs entsteht. Werten Sie das vorangegangene Ergebnis in Hinblick auf die Minimaldistanz von C aus.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Ovale maximale Teilmengen einer projektiven Ebene mit der Eigenschaft sind, dass keine 3 Punkte auf einer Geraden liegen.

Abgabe: Montag, den 30.1.2006, 10:00 Uhr im Raum 3.2.O2.737