Prof. Dr. A. Kerber — Wintersemester 2005/06

Codierungstheorie II

Übungsblatt 11

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Für welche der folgenden Parametersätze gibt es $t-(v,k,\lambda)$-Designs?

a) $t=2, v=90, k=5, \lambda=2$

b) $t=4, v=10, k=5, \lambda=5$

c) $t=2, v=43, k=7, \lambda=1$

Aufgabe 2 (5 Punkte)

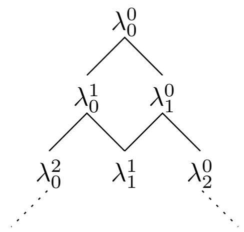
Es sei $\mathcal{B}^0$ ein $t-(v,k,\lambda^0)$-Design mit $t \geq 1$. Ohne Einschränkung sei das Design über der Punktemenge $v := \{0,\dots,v-1\}$ gegeben.

a) Die Teilmenge $\mathcal{B}^1 := \{B \in \mathcal{B}^0 \mid v-1 \notin B\}$ bildet ein $(t-1)-(v-1,k,\lambda^1)$-Design über $v-1$ mit $\lambda^1 = \lambda^0 - \lambda^0_{t-1}$.

b) Durch Induktion erhält man $(t-j)-(v-j,k,\lambda^j)$-Designs $\mathcal{B}^j$, und für $j \geq 1$, $i \leq t-j$ gilt:

$$\lambda^j_i = \lambda^{j-1}_i - \lambda^{j-1}_{i+1} = \lambda^0 \cdot \frac{\binom{v-j-i}{k-i}}{\binom{v-t}{k-t}}.$$

Anmerkung: Die Werte λ^j_i kann man aus den $\lambda^0_i = \lambda_i$ in einer dem Pascal'schen Dreieck vergleichbaren Regel berechnen



Aufgabe 3 (5 Punkte)

Die Codevektoren mit Gewicht 4 der Paritätserweiterung des Hammingcodes $\hat{H}_3$ bilden ein $3-(8,4,1)$-Design.

a) Bestimmen Sie Größen λ^j_i, $0 \leq i+j \leq 3$ für diesen Parametersatz.

b) Geben Sie alle Blöcke des Designs an, und überprüfen Sie stichprobenhaft die Bedeutung der λ^j_i.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Entwerfen Sie einen Algorithmus, welcher zu gegebener Generatormatrix A eines binären (n,k,d)-Codes und zu gegebenem i mit $d \leq i \leq n$ testet, ob die Menge aller Codevektoren mit Gewicht i ein 2-Design definiert. (Der Algorithmus muß noch nicht implementiert werden.)

Abgabe: Montag, den 16.1.2006, 10:00 Uhr im Raum 3.2.O2.737