Prof. Dr. A. Kerber Wintersemester 2005/06

Codierungstheorie II

Übungsblatt 8

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Wenden Sie Schreier's Lemma an um aus $S_n = \langle (0,1), (0,\ldots,n-1)\rangle$ ein zweielementiges Erzeugendensystem der alternierenden Gruppe A_n abzuleiten.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Die Rotationssymmetriegruppe des Würfels wird durch folgende zwei Generatoren erzeugt:

$$\begin{aligned} \rho &:= (0,1,2,3)(4,5,6,7) \\ \sigma &:= (0,1)(2,4)(3,5)(6,7) \end{aligned}$$

a) Zeichnen Sie den Action-Graphen auf der Menge $E = \{0,\ldots,7\}$ der Ecken.

b) Berechnen Sie die Bahn $G(0)$, indem Sie einen Schreier-Baum mit Wurzel 1 bestimmen, und merken Sie sich die Schreier-Generatoren für den Stabilisator $G^{(1)} := G_{\{0\}}$.

c) Berechnen Sie die Bahn $G^{(1)}(1)$ durch Zeichnen eines Schreier-Baums und bestimmen Sie die Schreier-Generatoren von $G^{(2)} := (G^{(1)})_{\{1\}}$

Interpretieren Sie das Ergebnis am Würfel.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Unten ist eine Magma-Funktion zur Berechnung einer Bahn von $x_0 \in X$ bei gegebener Permutationsgruppe $G \leq S_X$ angegeben. Modifizieren Sie den Code, sodass gleichzeitig der Stabilisator G_{x_0} berechnet wird. (Magma ist im CIP-Pool installiert, Aufruf mit magma. Es gibt eine Hilfe am Kommandozeilenprompt mit ´?<Return>´. Weitere Hilfe gibt es im Internet unter http://magma.maths.usyd.edu.au.)

```
G:=PermutationGroup< 8 | (1,2,3,4)(5,6,7,8),(1,2)(3,5)(4,6)(7,8) >;

orbit:=function(G,x0);
  S     := Generators(G);
  Q     := [ x0 ];   // Eine Queue: noch zu behandelnde Elemente
  orb   := { x0 };   // Dies wird zur Bahn G(x0)
  trans := [ ];  trans[x0]:=Id(G); // trans[x] transportiert"  x nach x0.
  while not IsEmpty(Q) do
    x := Q[1];    Remove(~Q,1);
    for g in S do
      y := x^g;    // Wende g auf x an.
      if not y in orb then
        Include(~orb,y);   Append(~Q,y);
        trans[y]:= g^-1*trans[x];
      end if;
    end for;
  end while;
  return orb, trans;
end function;

orb1,trans1 := orbit(G,1);
```

Abgabe: Montag, den 12.12.2005, 10:00 Uhr im Raum 3.2.O2.737